

## 待ち行列型 GA を用いた中国人郵便配達問題の解法

### 1 序論

本研究で取り扱う中国人郵便配達問題とは、与えられた連結グラフについて、全ての辺を一度以上通り、かつ総経路長が最も短くなる経路を探索する、グラフ理論における問題である。

本問題は、辺や頂点の数が増えると探索時間が急激に大きくなる、いわゆる組み合わせ爆発を起こす問題である。それゆえ西野 [1] は現代における計算機科学が率先して取り組むべき課題として中国人郵便配達問題を挙げている。本論文はクラス NP である無向グラフを用いた中国人郵便配達問題に対し、有効な近似解を得ることを目的とする。

### 2 中国人郵便配達問題

#### 2.1 中国人郵便配達問題の定義

中国人郵便配達問題は数学的には次のように記述することができる。 $n$  個の頂点からなる頂点集合  $V$ 、辺集号  $E$  を持つグラフ  $G = (V, E)$ 、および頂点  $i$  と  $j$  を結ぶ各辺  $(i, j)$  に付随した費用  $c_{ij}$  が与えられた時、すべての辺を少なくとも 1 度ずつ通る通り方で総費用が最小となるものにおける辺  $(i, j)$  を頂点  $i$  から  $j$  へ通る回数  $x_{ij}$  を求める。このとき、 $x_{ij}$  と  $x_{ji}$  の和が最適な巡回路における頂点  $i$  と  $j$  を結ぶ辺を通る回数の和である。

中国人郵便配達問題は以下のように定式化される。

最小化目的関数

$$z = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

制約条件

$$\sum_i x_{ij} - \sum_j x_{kj} = 0 \quad k = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$x_{ij} + x_{ji} \geq 1 \quad (3)$$

すべての  $(i, j) \in E$

$$x_{ij} \geq 0, \text{ 整数} \quad (4)$$

すべての  $(i, j) \in E$

#### 2.2 オイラーグラフと連結グラフ

オイラーグラフとは、グラフ中のすべての辺を 1 度以上通る閉路が存在するグラフのことである。

連結グラフとは、グラフ上の任意の 2 頂点間に道が存在するグラフのことである。オイラーグラフは連結グラフの一種であると言える。

#### 2.3 ダイクストラ法

ダイクストラ法とは、グラフ理論における辺の重みが非負数の場合の単一始点最短経路問題を解くためのアルゴリズムである。

### 3 遺伝的アルゴリズム

#### 3.1 遺伝的アルゴリズム (SGA)

遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm: GA) とは、問題に対する解の候補を複数用意し、これらに対し交叉、突然変異などの操作を加えながら解を探索するアルゴリズムである。

本研究では後述する待ち行列型遺伝的アルゴリズムとの比較対象としてこの手法を用いる。また、待ち行列型遺伝的アルゴリズムとの比較のため、このアルゴリズムを単純遺伝的アルゴリズム (Simple GA: SGA) と呼ぶ。

#### 3.2 順序型遺伝的アルゴリズム

順序型遺伝的アルゴリズムとは、巡回セールスマン問題に代表される順序問題に適用される遺伝的アルゴリズムである。本論文では個体の遺伝子にこのアルゴリズム同様の表現を適用している。

順序問題に対する遺伝子の表現方法としてはパス表現、順序表現などがある。

#### 3.3 待ち行列型遺伝的アルゴリズム (QGA)

待ち行列型遺伝的アルゴリズム (Queueing Genetic Algorithm: QGA) とは、待ち行列を基本とした無世代型の遺伝的アルゴリズムである。基本的な部分は一般的な GA に基づいているが、集団サイズという制約に縛られない設計と非同期的な実行が可能となるなどの利点を持つ。

### 4 SGA と QGA の比較検証

ひとつの問題に対し「パス表現を用いた SGA」「順序表現を用いた SGA」「パス表現を用いた QGA」「順序表現を用いた QGA」の 4 種類のアルゴリズムで最適解を探索し、比較する。各アルゴリズムにおけるパラメータは文献 [2] で紹介されている設定を利用する。検証結果より順序表現を用いた QGA が最もよい結果を得られることが判明した。

### 5 結論

QGA を用いた手法では SGA を用いた手法に比べより短時間で適応度の高い解を得られた。また、SGA と比較し QGA は安定した進化を見せるなど望ましい結果を得られた。

### 参考文献

- [1] 西野哲郎, 中国人郵便配達問題=コンピュータサイエンス最大の難関, 講談社選書メチエ, 1999 年
- [2] 北本朝展, 高木幹雄, “待ち行列型遺伝的アルゴリズムの特徴と応用”, 情報処理学会 第 57 回全国大会講演論文集後期 (2), pp. 376-377, 1998 年