

球撞き法による合流巡回セールスマン問題の解法

1 概要

近年，地域の安全のため地域住民や公職職員におけるパトロールが重要視されている．しかし，地点によっては複数人の合流が求められており，そのために従来からの巡回セールスマン問題 (TSP) を拡張した合流巡回セールスマン問題 (RTSP: Rendezvous TSP [1]) が提案されている．これは複数のセールスマンが起点を出発し，訪問点をだれか 1 人が (合流点では複数人が一緒に) 訪問した後，全員が起点に戻るまでの巡回時間を最小化する問題である．本稿では，複数デポ TSP における球撞き法を RTSP に適用する方法を提案し，TSPLIB の問題例に適用する．

2 合流巡回セールスマン問題

合流巡回セールスマン問題 (Rendezvous Traveling Salesman Problem, RTSP) では，平面上に n 個の点 $V = \{1, 2, \dots, n\}$ からなる枝重みつき完全無向グラフが与えられる．そのうち m 個の点 $J = \{1, 2, \dots, m\}$ は 2 人需要点 (合流点) であり，残りの $n - m$ 個の点 $S = V - J$ が 1 人需要点 (訪問点) である．ここで，与えられた合流点の一つを起点とし，全てのセールスマンは起点を出発する．本論文ではセールスマンの数を $R = 2$ とする．2 人のセールスマンが起点を出発し，訪問点を誰か 1 人が訪問 (合流点は 2 人同時に訪問) した後，2 人が起点に戻るためまでの時間を最小とする問題と定義する．すべての点はユークリッド平面上に位置するものとし，移動する向きによって距離の差はないとする．

RTSP の条件として以下を仮定する．

- ・ 2 人のセールスマンの移動速度は同じである．
- ・ 合流点に到着した者は後から来るものを待つ．
- ・ 巡回時間は点間の移動時間と合流点における待ち時間を考慮する．

グラフ G 上の 2 つの単純サイクル $T_i = \langle v_{i0} = 1, v_{i1} = 1, \dots, v_{i t_i} = 1 \rangle (i = 1, 2)$ の対 $T = (T_1, T_2)$ は，合流点の順序が等しく，かつどの訪問点もいずれか一方にのみ含まれるとき合流巡回路と呼ぶ． $T = (T_1, T_2)$ で訪れる合流点の順序を $j_0 = 1, j_1, \dots, j_m = 1, T_i$ における j_{k-1} と j_k の間の部分パス T_{ki} に含まれる枝の重みの和を d_{ki} とする．巡回時間 $f(T) = \sum_k \max\{d_{k1}, d_{k2}\}$ が最小の合流巡回路を見つける問題である．

図 1 に $n = 9, m = 3$ における RTSP の問題例と合流巡回路の例を示す．一つの合流点を起点 J_1 とし，直線と破線が 2 人の巡回路である．合流点 J_1, J_2 間の移動時間は経路 A が 4 で経路 B が 5 となる．ここで合流点に先に着いたものは後から着いたものを待つという条件なので，合流点 J_1, J_2 間の移動時間はより長い時間の経路 B の 5 ということになる．同様に合流点 J_2, J_3 間が 7 で，合

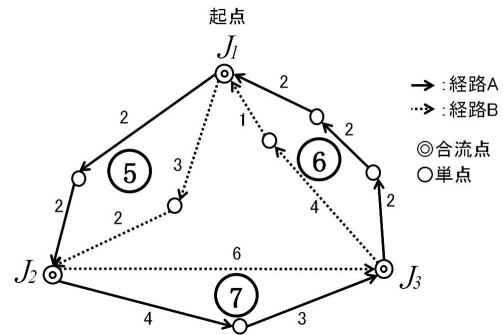


図 1: 巡回例と巡回時間

流点 J_3, J_1 間が 6 となる．つまり，今回求める移動時間は $5 + 7 + 6 = 18$ となる．

3 球撞き法

球撞き法とは文献 [2] によって示された手法である．与えられた各巡回路に対し，巡回路から他の巡回路に移動したい点があるとする．その点の性質により割り当てる巡回路を球撞きの要領で移動させ，目的関数の減少が確認されるまで，点の移動を行う手法である．

球撞き法の例を図 2 に示す．巡回路 A から巡回路 C へ 1 つの都市 α の帰属を変える過程で A と C は隣接していないので巡回路 B を経由する．この図の例では，都市 a を巡回路 B に帰属させ，巡回路 B から C へ都市 b を帰属させる処理を行う．

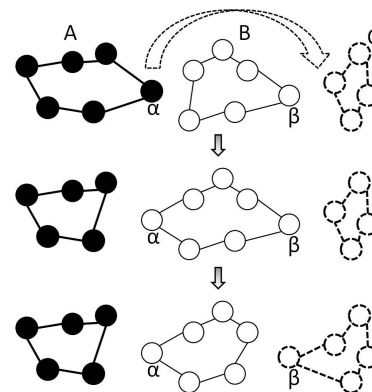


図 2: 球撞き法の参考例

4 提案手法

4.1 初期解生成

初期解の生成は Lin-Kernighan 法で合流点のみの最短経路を作成した後，2 つのセールスマンのパス T_r に点 i を挿入するとする．このときパス T_r

に点 i を挿入した際の増加移動距離を $Cost(i, T_r)$ とし、パス T_{ki} と点 s との最短距離を $ld(T_{ki}, s)$ とする。

初期解を最近挿入法と最遠挿入法、さらにそれぞれの手法の増加距離 $Cost(i, T_r)$ を最短距離を $ld(T_{ki}, s)$ に変えた手法を提案し、これらを球撞き法で解き最も良い解を選び出す手法である多スタート戦略を用いて解の向上に期待する。

4.2 提案手法

球撞き法の概念を RTSP に応用し以下のようにアルゴリズムを提案する。ここでパス T_{ki} の x 番目の点を $T_{ki}(x)$ とする。

球撞き法で帰属替えするため、以下の都市は1度に多数発生する可能性があるように拡張する。

Step1 $|d_{k1} - d_{k2}|$ の値が最大の集合 G_k を選択する。 $d_{ki} = \max(d_{k1}, d_{k2})$ とおく。

Step2 T_{ki} の点の中で $ld(T_{pj}, s) (ki \rightarrow pj)$ が最小の点 s と T_{pj} を決定する。 T_{ki} において $s = (T_{ki}(x))$ に接続されている点を $T_{ki}(x-1), T_{ki}(x+1)$ とする。

Step3 T_{ki} から $T_{ki}(x), T_{ki}(x-1)$ を除いたパスを T_{ki}^* とし、 T_{pl} に $T_{ki}(x)$ を加えたパスを T_{pl}^* とする。 $ld(T_{ki}^*, T_{ki}(x-1)) > ld(T_{pl}^*, T_{ki}(x-1))$ ならば点 $T_{ki}(x-1)$ を T_{pl} に帰属させる。 $T_{ki}(x+1)$ 点についても同じ操作を行う。この動作で $T_{ki}(x+1)$ が帰属替えを行った場合は $T_{ki}(x+2)$ について、 $T_{ki}(x-1)$ が帰属替えを行った場合は $T_{ki}(x-2)$ について行う。帰属替えを行う点が連続で発生する場合 $T_{ki}(x+2), T_{ki}(x+3), \dots$ と同様 $T_{ki}(x-2), T_{ki}(x-3), \dots$ と Step3 を繰り返す。

Step4 T_{ki} と T_{pj} に対し 2-opt でそれぞれ巡回路を計算し T^* とする。 $f(T) > f(T^*)$ ならば $T = T^*$ に更新しタブーリストを初期化し Step1 へ戻る。改善されなかった場合 T_{pj} を T_{ki} として与え Step2 に戻る。 y 回繰り返し解が改善されなかった場合、全ての割り当てを戻し Step5 へ進む。

Step5 点 s をタブーリストに加え Step2 へ戻る。解の改善が z 回起こらなければ終了する。

Step6 集合 G_k をタブーリストに加え Step1 へ戻る。すべての G_k において解の改善が起こらなかった場合改善を終了する。

Step3 では可能ならば同時に複数の点に帰属替えを行っている。図3に Step3 の例を示す。Step2 で選ばれた点 $T_{ki}(x)$ とし $T_{ki}(x-1)$ に帰属替えをするか確認する。 T_{pl} に点 T_{ki} を加えて経路を作り、新たなパス T_{pl}^* を作成する。また、 T_{ki} に点 $T_{ki}(x)$ と点 $T_{ki}(x-1)$ を除いた点を経路としパス T_{ki}^* とする。それぞれのパスまでの距離が短い方に点 $T_{ki}(x-1)$ を帰属させる。

4.3 実験結果

TSPLIB [3] の berlin52, gr96 の点データを問題例とし提案法で解き、結果を文献 [1] と比較した。ここでは $y = 2m, z = 10$ とした。表1に実験結

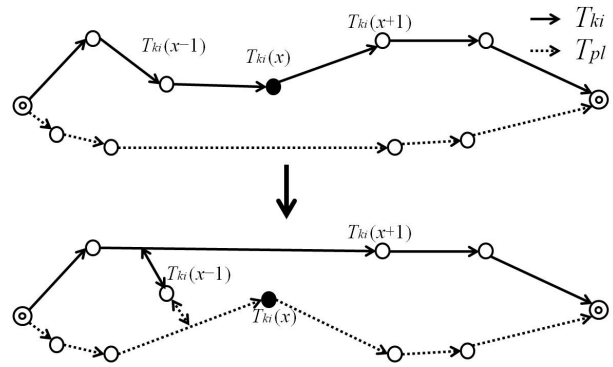


図 3: 複数の点を帰属替える条件

果と従来手法の比較を示す。左から、与えたデータ、合流点の数 m 、合流点番号は (TSPLIB の都市番号)、両手法によって得られた巡回時間 (合流巡回路長) である。

表 1: 従来手法との比較

問題例 (m:合流点数)	提案手法	従来手法
berlin52(m=3)	5042.0	5042.0
berlin52(m=6)	5866.1	6064.1
gr96(m=4)	30962	30962
gr96(m=6)	35155	35695
gr120(m=4)	1052.3	971.4
gr120(m=6)	1002.1	1039.0
ch150(m=5)	4241.6	4284.2
ch150(m=9)	4246.6	4319.9

4.4 考察

球撞き法の探索条件が $|d_{k1} - d_{k2}|$ であるために、合流点間の巡回距離 d_{k1} と d_{k2} が近い値をとってしまうと解の探索が終了したため、従来手法やばらつきがある他の初期解を与えた場合と違い探索が早期に終了してしまった問題も発生した。MTSP での球撞き法ではクラスタがセールスマンの数だけ与えられる。しかし RTSP における球撞き法はセールスマン数 \times 合流点数のクラスタを扱わなければならないため、解の結果が初期解に依存しやすい傾向があると思われる。

参考文献

- [1] 小林克也, 沼田一道: “合流巡回セールスマン問題とその解法,” オペレーションズ・リサーチ, Vol56, No.1, pp.33-39, 2011.
- [2] 小野 勉, 金川明弘, 高橋裕光: “c-means クラスタリングを用いた複数デポ巡回セールスマン問題の発見的解法,” 電子情報通信学会論文誌, Vol. J87-A, No7, pp.938-948, 2004.
- [3] TSPLIB, <http://comopt.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/> (最終閲覧日 2013/2/1)