平成 20 年度　　卒 業 研 究 論 文 要 旨

教育研究分野　情報数理学　　2117034　田邉 雅明

逆正接型トンネル関数の提案

1　はじめに

近年，目的関数を最適化する研究として，確率的試行により最適解を求めるメタ・ヒューリスティックな手法が広く研究されている．これらの手法は組み合わせ最適化問題については有効となる事例が多く見受けられるが，目的関数が連続多峰性関数であるような場合の解法としては有効な方法であるとは言えない．一方，近年の連続多峰性関数の確定的最適化手法として，Levy らによるトンネリング・アルゴリズム [1] の研究がある．本研究では，トンネリング・アルゴリズムの性質を調査し，従来法の問題の指摘と改良型のトンネリング・アルゴリズムを提案する．

2　トンネリングアルゴリズム

多峰性であることを許容する非線形連続関数 $f : R^n \to R$ の最小解を求める問題 $\min f(x)$ を考える．

トンネリング・アルゴリズムは以下の二つのステップによって構成される．

極小化ステップ：ニュートン法などの最適化法を用いて，出発点 x_k から x_k の近傍での極小解 x_k^* を探索する．

トンネルステップ：極小化ステップで得た x_k^* に対して，$f(x) - f(x_k^*) = 0$ を満たす $x(\neq x_k^*)$ を見出し，その点を次の極小化ステップの出発点 x_{k+1} とする．

添字 k を繰り返しのステップ数として，極小化ステップとトンネルステップを繰り返すことで，大域的最適解を探索するものである．また，トンネリング・アルゴリズムの考え方を視覚的に表したものを図 1 に示す．

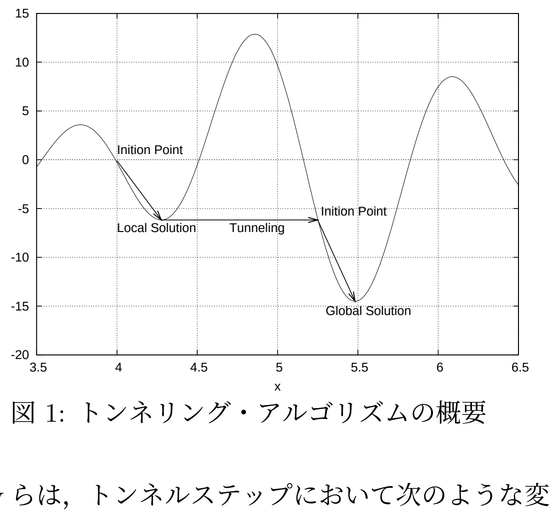

図 1: トンネリング・アルゴリズムの概要

Levy らは，トンネルステップにおいて次のような変換を施すトンネル関数の導入を提案している．

$$T(x|x_*, \lambda) = \frac{f(x) - f(x_*)}{\{(x - x_*)^T (x - x_*)\}^\lambda} \tag{1}$$

x_* は極小化ステップで得られた極小解をとる値であり，λ は $T(x|x_*, \lambda)$ が極値で特異性を持つためのパラメータである．

このトンネル関数には以下の問題点が挙げられる．

- トンネル関数 $T(x)$ は極値から遠ざかるにつれ急激に減衰していくため，終了条件によっては改善点を見つけられないことがある．
- トンネル関数が複雑になり，パラメータの調節が非常に困難となることがある．

3　逆正接型トンネル関数の提案

逆正接型トンネル関数は以下の式で与えられる．

$$t(x|x_*, T) = \frac{T}{\alpha + (x - x_*)^T (x - x_*)} + p(x|x_*) \tag{2}$$

$$p(x|x_*) = A * \arctan(f(x) - f(x_*)) \tag{3}$$

α は適当な小さな実数，A は適当な正の大きな正定数である．ここでは $\alpha = 0.1, A = 1024$ を与えた．最初はパラメータ T を大きな値にして極値から遠くの解を探索し，徐々に T を小さくして極値の近傍を探索するようにし，幅広い探索を行うことを可能とした．

式 (2) は，極値 x_* で極大となり，極値から離れるにつれ単純減少となる分布関数に，目的関数を改善する条件を制約条件としたペナルティ項 (3) を付加したものと考えられる．また，ペナルティ項に用いている逆正接関数が滑らかな曲線となることにより，探索法による解の見落としを少なくしている．このような場合，探索法を用いて容易に $t(x) \leq 0$ となる点を見つけられるので，T の値をスケジューリングにより変動させることにより，トンネルステップでの解の探索を簡単な問題へと置き換えることが可能となる．

4　検証・実験

本論文で提案したアルゴリズムを用いて既存手法と性能比較を行う．初期点 $x = x_{init}$ は乱数によって 100 個与え，各々の点に対して最適化を行う．以下の問題をトンネリングアルゴリズムに適用した．

$$f(x) = -\sum_{t=1}^{5} i \cos\{(i+1)x + i\} + \sin(\pi x/20) \quad (-10 \leq x \leq 10) \tag{4}$$

これは，周期関数になだらかな正弦波を加えたもので，従来のトンネリング・アルゴリズムでは最適解への到達が難しいものと予想される．最適化の結果，Levy のオリジナル関数では最適解に 44 個，提案の逆正接型は最適解に 92 個到達している．

5　おわりに

本論文では，トンネリング・アルゴリズムの扱いづらい原因であるウェーブ特性を消去し，パラメータの設定も比較的簡単なものとなるような新しいトンネル関数の提案を行い有効性を示した．

参考文献

[1] A. V. Levy and A. Montalvo: ”The Tunneling Algorithm for the Global Minimization of Functions ”, SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, Vol.6, No.1, pp.15-29, 1985.