

重み付きボロノイ領域を用いた 小選挙区区割り画定問題の一解法

1 はじめに

1994年、選挙制の法改正により衆議院では小選挙区比例代表並立制が採用されたが、小選挙区制での国民一人辺りの持つ一票の重みの格差、式(1)は依然2倍を越えており、違憲とされている。

$$\text{一票の重みの格差} = \frac{\text{人口最大選挙区の人口}}{\text{人口最小選挙区の人口}} \quad (1)$$

そこで、本発表では重み付きボロノイ領域を用いた小選挙区区割りの解法を提案する。

2 重み付きボロノイ領域

2.1 加算型重み付きボロノイ領域の定義

平面上に n 個の母点 $P_i(x_i, y_i) (i = 1, \dots, n)$ が与えられ、さらにその母点 P_i に関して重み t, P_i が任意に設定されたとき、母点 P_i の重み付きボロノイ領域 $V_n(P_i)$ を、

$$V_n(P_i) = \cap \{P|P_i + t \cdot d(p, p_i) < P_j + t \cdot d(p, p_j)\} \quad (2)$$

で定義する。ここで、点 p は平面上の任意の点であり $d(p, p_i)$ は点 P, P_i のユークリッド距離とする。

2.2 重み決定アルゴリズム

母点 $i (i = 1, 2, \dots, N)$ の勢力領域を V_i^* とし、領域 V_i^* に属する散布点の重みの合計を m_i とする。また全ての散布点の重みを $M = \sum_i m_i$ とする。このとき、 $m_1 \div m_2 \div \dots \div m_N$ となるように V_i^* を定める必要があるとき、式(2)を満足する母点の重みの導出法 [1] は以下ようになる。各散布点がそれぞれの母点が支配する領域に帰属する割合を $P_i = \frac{m_i}{M}$ とする。離散確率事象のエントロピー [2] $H = -\sum_{i=1}^N P_i \log p_i$ を最大化する問題に帰結できる。目的関数の見通しを考慮し、相対エントロピー

$$H_R(w_1, w_2, \dots, w_N, t) = \frac{H}{H_{max}} = -\frac{\sum P_i \log P_i}{\log M} \quad (3)$$

を最大化すると考え、初期状態として、各母点の重みは0とする。ここから、ある刻み幅 Δw より母点の重みを更新する。以上を相対エントロピーの改善がみられなくなるまで繰り返す。最終的に決定した母点の重みを元に加算型重み付きボロノイ分割を行えば、散布点がいずれかの母点のボロノイ領域に属する事になる。図1に1例を示す。

3 小選挙区区割り画定問題

都道府県毎の区割りは以下の方針で行われる。

1. 一票の格差は2倍未満が基本
2. 市区郡は分割しない
3. 選挙区内で飛び地を作らない
4. 地域のつながりを考慮する

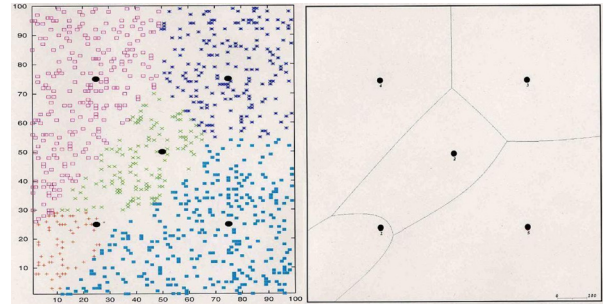


図1: 1:2:3:4:5の包含散布点比の重み付きボロノイ領域による散布点の分割(左)とそのボロノイ図(右)

方針(2)で基本的に市区郡は分割しないが、一つの市区郡で都道府県の議員一人当たりの人口の4/3を超える場合は、分割を行うとの例外事項がある。

2.2を区割り画定問題へと適用させるため、散布点を市区郡とし、母点は全市区郡 n より選挙区 l 分を取り出すとする(全組み合わせは ${}_n C_l$)、また、散布点にも重みを持たせ、各市区郡の人口とし、散布点の座標は実際の緯度経度とする。

出力は一票の格差が最小の区割、すなわち式(3)の最大のもので捉えられる。方針(2)は市区郡を一つの単位として考え、方針(3)(4)は市区郡の行政界での隣接関係を座標間の距離として読み替えた。また、母点は総当りで最小の区割を探索する事から制約を加える。

以上より、次のような定式となる。

入力 散布点集合 $V = \{v_1, \dots, v_n\}$, 散布点の重み $P_i (i = 1, \dots, n)$, 各散布点座標 $(x_i, y_i) (i = 1, \dots, n)$, 母点数 $l (< n)$

出力 $\text{Max } H_R(w_1, w_2, \dots, w_N, t) = -\frac{\sum P_i \log P_i}{\log M}$

制約1 母点数は l .

制約2 母点の組み合わせは総当りとする (${}_n C_l$).

制約3 各母点の含む散布点の重み合計は等しくなるよう分割を行う。

4 まとめ

検証実験によって、区割を行い、現実の区割りを改善する事が出来た。今後データの収集を行い、多数の県での検証を行っていく事が望ましい。

参考文献

- [1] 小野勉, 複数巡回セールスマン問題の解法に関する研究, 岡山県立大学博士学位論文, (2004)
- [2] 国沢清典: エントロピー・モデル, 日科技連, (1975)