

平面グラフの同型問題および部分同型問題に関する研究

1 はじめに

カメラ画像を使った物体の追跡法の1つとして、特徴点抽出を使ったものがある。これは、画像から追跡物体の特徴を表す点(特徴点)を抽出し、これを時間・空間方向に互いに連結することによってグラフ化し、それを元に物体を特定して物体の追跡を行うものである。この手法では、追跡する物体が他の物体とのすれ違いなどにより物陰に隠れた場合、物体の特定が困難になる[4]。この問題を解決するには、グラフの部分同型問題を扱う必要がある。しかし、任意の2つのグラフ $G, H(|V(G)| \geq |V(H)|)$ の同型性の判定は多項式時間で解けないとされており、ましてグラフの部分同型問題はNP完全である[1][3]。そこで本研究では、扱うグラフにいくつかの制限を設けることによって、グラフの部分同型問題を G の外領域に接する辺の数 k, H の頂点数 n に対して $O(kn)$ で解くアルゴリズムを考えた。

2 外領域限定部分グラフ

3連結平面グラフ $G, G'(|V(G)| \geq |V(G')|)$ に対して、 G' が以下のような条件を満たすとき、 G' は G の外領域限定部分同型グラフであるという。

- G' はグラフ G から辺切断集合を取り除いたときの連結成分の1つである。
- G' はグラフ G の外領域を構成していた辺を連続して1つ以上は持つ(この辺を G' の外辺という)。

図1、2で表されるグラフ G の部分グラフ、 H_1, H_2, H_3 において外領域限定部分グラフであるのは、 H_3 のみである。 G の辺を図1の点線で切ったときに出来るグラフが H_3 である。

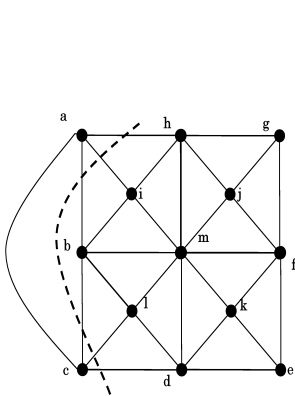


図1: グラフ G

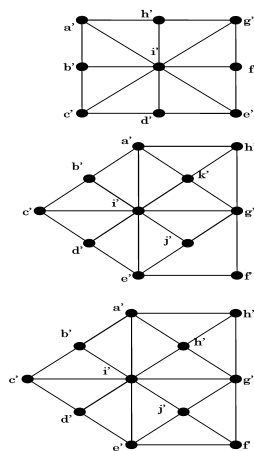


図2: グラフ H_1 (上)、 H_2 (中)、 H_3 (下)

グラフ G' が G の外領域限定部分グラフであるとき、 G' の外領域に接する辺から外辺を除いた辺集合で構成される道上の頂点の次数は、対応する G の頂点と等しいものとする。前述の H_3 の場合、頂点 a', b', c', d', e' は G の頂点 h, i, b, l, d に対応する為、次数はそれぞれ $5, 4, 5, 4, 5$ となる。

3 外領域限定部分同型問題

3連結平面グラフ $G, H(|V(G)| \geq |V(H)|)$ が与えられたとき、以下の条件で H が G の外領域限定部分グラフであるか否かを判定する問題を外領域限定部分同型問題という。

- H はあるグラフの外領域限定部分グラフ。
- G の外領域に接する辺はあらかじめ指定されているものとする。

本研究で提案するアルゴリズムではこの問題を、 G の外領域に接する辺の数 k, H の頂点数 n に対して $O(kn)$ で解くアルゴリズムを考案した。アルゴリズムのおおまかな流れは以下の通りである。

1. G の外領域に接する辺を対象に、 H の外辺の写像先を調べる。
2. H の外辺の内側にある面上の各辺に対して、 G の対応する辺が写像可能かを調べる。全て写像可能と判定されれば3へ、1つでも写像不可と判定される辺があれば1へ戻る。
3. 写像可能と判断された各面の隣の面上の各辺に対して写像可能かどうかの判定を行っていく。写像可能と判定されれば4へ、写像不可と判定されれば1へ戻る。
4. H 全ての辺について写像可能かどうかの判定が終わっていればアルゴリズム終了。そうでないなら3に戻る。

4 まとめ

本研究では、制限をつけたグラフに対し、 $O(kn)$ で実行可能なアルゴリズムを考案した。今後は、特徴点抽出を使った物体追跡などへの応用が期待される。

参考文献

- [1] 野崎昭弘他訳, J.E.Hopcroft 他著, "アルゴリズムの設計と解析 I", サイエンス社, 1977.
- [2] 前原 潤, 根上 生也 "幾何学的グラフ入門", 朝倉書店, 1992.
- [3] 戸田 誠之助 "グラフ同型性判定問題", 日本大学文理学部叢書, 2001.
- [4] 安倍 満, 小沢 慎治, "撮影環境にロバストな交通流計測アルゴリズム-グラフ分割を用いた車両追跡-", 信学技報, PRMU2003-91, 2003, pp.97-102.