平成 17 年度　　特 別 研 究 論 文 要 旨
教育研究分野　情報数理学　　2113065　本松 明

トンネリング·アルゴリズムを用いた信頼性推定法

1　はじめに

近年, 目的関数を最適化する研究として, 確率的試行により最適解を求めるメタ · ヒューリスティックな手法が広く研究されている. これらの手法は組み合わせ最適化問題については有効となる事例な事例が多く見受けられるが, 目的関数が連続多峰性関数であるような場合の解法としては有効な方法であるとは言えない.

一方, 近年の連続多峰性関数の確定的最適化手法として, Levy らによるトンネリング · アルゴリズム [1] の研究がある. 本研究では, トンネリング · アルゴリズムの性質を調査を調査し, 従来法の問題の指摘と改良型のトンネリング · アルゴリズムを提案する. そして, 実際に有用な問題として信頼性に関する分布のパラメータ推定問題について実験を行う.

2　トンネリング · アルゴリズム

トンネリング · アルゴリズムは, 次の二つの探索ステップで構成される.

最小化ステップ

数理計画法を用いて, 局所解 x_* を求める.

トンネリング · ステップ

x_* をパラメータとしてトンネル関数変換を行い, トンネル関数上で $f(x) - f(x_*) < 0$ なる点を見つけ次の最小化ステップの初期点とする.

3　ワイブル分布

ワイブル分布とは, システムや製品の寿命モデルとして知られており, 確率密度関数は次の式で与えられる.

$$f(t) = \frac{m}{\eta}\left(\frac{t-\tau}{\eta}\right)^{m-1} \cdot exp\left\{-\left(\frac{(t-\tau)}{\eta}\right)^{m}\right\}$$

ワイブル分布の 3 母数はそれぞれ, m が形状を決定することから形状母数, η が尺度を決定することから尺度母数, τ が横軸の位置を決める事から位置母数と呼ばれる (図 1).

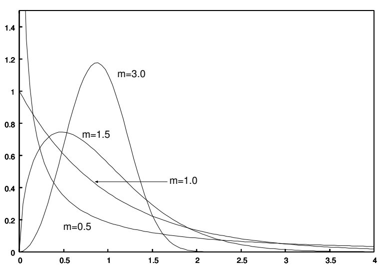

図 1　$\eta = 1, \tau = 0$ のときの確率密度関数

ワイブル分布は, そのパラメータによって様々な故障型に対応できるため, ワイブル分布のパラメータ推定は信頼性の解析において重要な意味がある.

4　最尤法によるワイブル分布の母数推定

ワイブル分布の母数推定には最尤法を用いる. 最尤法とは, 与えられたデータからそれが従う確率分布の母数について推定するための方法で, 母数推定を次の対数尤度関数の最大化問題として定式化する事が出来る.

$$\ln L = \sum_{i=n-r+1}^{n} \ln i + r\ln\frac{m}{\eta} + (m-1)\sum_{i=1}^{r}\ln\left(\frac{t_1-\tau}{\eta}\right) - \sum_{i=1}^{\tau}\left(\frac{t_i-\tau}{\eta}\right)^m - (n-r)\left(\frac{t_r-\tau}{\eta}\right)^m \tag{1}$$

しかしながら, 尤度関数はサンプルがコーシー分布に従う場合を除いては単峰性である事が保証されておらず, (1) 式も多峰性を有する可能性がある.

そこで, 大域的な関数の最適化手法であるトンネリング · アルゴリズムを用いて (1) 式の最大化を行い, その時の母数の値をワイブル母数の推定値とする.

5　実験

実験には, サンプルとして対数尤度関数の解が既知なワイブル分布 ($m = 2, \eta = 100, \tau = 10$) に従う 40 個のデータを用意する. 最大解の探索に Levy らのトンネリング · アルゴリズムを改良した手法を用いて, (1) 式を最大化するような母数の推定値を求めた. 実験結果を表 (1) に示す.

表 1　母数推定結果

打ち切り個数 r	得られた推定値			数値計算による解		
	m	η	τ	m	η	τ
10	0.569	300.0	14.99	1.257	143.2	12.05
20	2.787	90.8	0.00	2.787	90.8	0.00
30	1.880	98.7	7.67	1.880	98.7	7.66
40	2.198	101.7	2.53	2.199	101.8	2.48

6　終わりに

トンネリング · アルゴリズムを用いた探索法により, 信頼性に関するワイブル分布の母数を推定した. その結果, サンプル数が多い場合には優れた推定値が求められた. サンプル数が少ない場合には良い推定値は得られなかったが, むしろこの場合は, トンネリング · アルゴリズムの大域的最適解の探索能力が証明されたとも考えられる.

今後の研究課題としては, サンプルが少ない場合にも優れた推定値を得られる事が知られる, EM アルゴリズムへ提案手法を適用する事などが挙げられる.

参考文献

[1] A. V. Levy and A. Montalvo: "The Tunneling Algorithm for the global minimization of functions", SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, Vol.6, No.1, pp.15-29, 1985.