

## BT モデルを用いた階層型意思決定法の研究

### 1 はじめに

近年，意思決定は個人にも企業にもますます重要なテーマになっている．そこで AHP という手法が盛んに研究されている．AHP は曖昧な価値観の扱いを得意としているため，逆に明確な価値観の入力やデータを用いた分析に適しているとはいえない．そこで本研究では BT モデルを導入した新しい AHP の形を提案する．

### 2 AHP(階層型意思決定法)

#### 2.1 AHP とは

AHP は意思決定問題を「目的」「評価要素」「代替案」の 3 つの要素で階層構造を構成し，意思決定を行う手法である．AHP では各評価基準に対して，ウェイトを設け，そのウェイトを合成することで代替案の中から最適なものがどれかを判断する．

#### 2.2 一対比較

ウェイトの決定方法に AHP の最大の特徴がある．AHP では評価要素を単純に 2 つずつ比べる「一対比較」を用いる． $n$  個の要素のうち，2 つの要素を比較し，答えに従い，1 から 9 の値を与えて  $n \times n$  行列  $A = [a_{ij}]$  を作り出す．この時， $a_{ii} = 1, a_{ji} = 1/a_{ij}$  とする．

#### 2.3 ウェイトの算出と統合

一対比較から得られた行列  $A$  を元にして，各階層の要素のウェイトを決定する．いま， $n$  個の評価項目  $I_1, I_2, \dots, I_n$  があり，各項目のもつ本来のウェイトを  $w_1, w_2, \dots, w_n$  と仮定する．この時，項目  $I_i$  と  $I_j$  の一対比較値  $a_{ij}$  は，

$$a_{ij} = \frac{w_i}{w_j} \quad (1)$$

という関係を満たすとする．この時， $A$  に右からウェイトのベクトルを乗じてみると

$$\begin{bmatrix} w_1 & w_1 & \dots & w_1 \\ w_1 & w_2 & \dots & w_n \\ w_2 & w_2 & \dots & w_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n & w_2 & \dots & w_n \\ w_1 & w_2 & \dots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = n \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

となる．これより，ウェイトベクトルは行列  $A$  の固有ベクトルであり， $n$  は最大固有値である．現実の一対比較行列  $A$  は完全に式 (2) を満たすことは期待できないが，ほぼそれに近い形をしているとし， $A$  の最大固有値  $\lambda_{max}$  とその固有ベクトルを求め，固有ベクトルを各評価要素のウェイトとして採用する．

求めたウェイトは，一つ上の層を下層に掛け合わせ，それらを合計することで求めることができる．

#### 2.4 整合度

AHP では一対比較の正確さを推し量る指標として整合度  $CI$  を採用している． $CI$  は以下の式で定義されている．

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} \quad (3)$$

$CI$  は完全に整合性がなるとときには 0 になり，整合性がないほどに大きくなる．一般に  $CI$  が 0.1 以下であればその一対比較行列は問題がないとされている．

### 3 BT モデル

$N$  チームがお互いに何回か対戦したとき，その結果から各チームの強さを測るとする．ここでチーム  $i$  がチーム  $j$  に勝利する確率を  $P_{ij}$  としたとき，すべての組み合わせに対して，

$$P_{ij} = \frac{\pi_i}{\pi_i + \pi_j} \quad (4)$$

となる  $\pi$  を導入する．式 (4) の関係式を Bradley-Terry (BT) モデルという．BT モデルにおいて  $\pi_i$  は，チーム  $i$  の強さを表すと考えることができる．

### 4 BT モデルを用いたウェイト付け

ウェイト計算に BT モデルを用いた新しい AHP の形を提案する．提案手法のフローチャートを図 1 に示す．意思決定者は一対比較において要素同士の試合数，およびその対戦結果を入力する．これにより意思決定者は各要素間のウェイトの割合を直接的に入力することが可能であり，データの数値を直接入力することも可能である．また，BT モデルでは特定の組み合わせの試合が行われない場合でも他の組み合わせの結果を用いることで強さを推定できることから，意思決定者にとって判断が困難である要素同士の一対比較を試合数 0 と設定することで無視することが可能である．

検証実験としてサッカーくじ「toto」に対して，問題を簡単に階層化し，各クラブチームの持つデータを引用して BT モデルを用いた AHP による分析を行った．分析の際，入力として各クラブチームのもつ過去対戦成績をデータとして利用した．

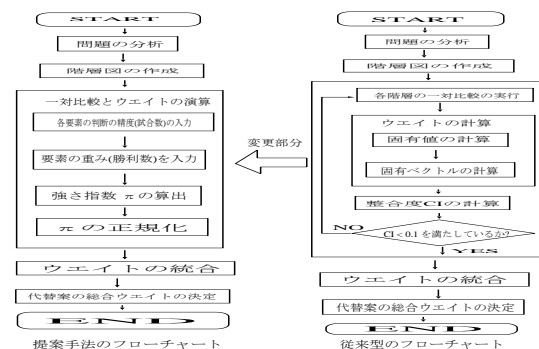


図 1: 従来型 AHP と提案手法のフローチャート

### 5 おわりに

検証実験によって BT モデルを用いた AHP でデータを使つての問題分析が可能であることを示した．また，一対比較をすべてに対して行わなくてもウェイトを算出できることを確認した．今後の課題としては AHP の  $CI$  にあたる整合度の判断を実現することが挙げられる．